

2학기 중간고사 대비

# 중2



## 고득점문제

### CONTENTS

Ⅵ 확률	154
Ⅶ 삼각형의 성질	162

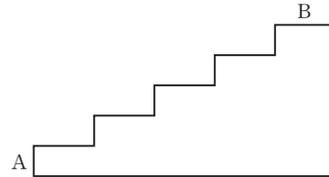
1 서로 다른 크기의 주사위 3개를 동시에 던질 때, 눈의 합이 6이 되는 경우의 수를 구하면?

- ① 18가지      ② 12가지      ③ 10가지  
④ 9가지      ⑤ 5가지

2 볼펜 5자루를 A, B, C 세 사람에게 적어도 한 개씩 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

3 9개의 공을 세 개의 바구니에 나누어 담는 방법의 경우의 수를 구하여라. (단, 각 바구니에 적어도 한 개씩은 넣는다.)

4 다음 그림과 같은 다섯 개의 계단이 있다. 한 번에 최대한 2계단씩 오를 수 있다고 할 때, A에서 B까지 올라가는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.



5 진수, 민철, 경은, 정은, 보미 5명이 원탁에 앉아 회의를 하려고 한다. 앉을 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

6 부모님과 자녀 3명이 나란히 앉아 가족사진을 찍는데 부모님은 반드시 나란히 앉고, 양 끝에 앉지 않는 경우의 수를 구하여라.

7 어느 모임에 8쌍의 부부 총 16명이 참석을 하였다. 남자들은 자신의 배우자를 제외한 모든 사람과 악수를 하였고, 여자끼리는 서로 악수를 하지 않았다. 이들이 나눈 악수의 총 횟수를 구하여라.

8 남녀 회원 10명의 모임이 있다. 이 모임에서 3명의 임원을 선출하려고 할 때, 적어도 여자 한 명이 뽑히는 경우의 수는 100가지라고 한다. 이때 남자 회원 수를 구하여라.

9 5명의 학생이 가방을 운동장에 모아 놓고 농구를 하였다. 운동이 끝난 후 무심코 가방을 들었을 때, 자기 가방을 든 학생이 한 명도 없을 경우의 수는?

- ① 22가지      ② 30가지      ③ 44가지  
④ 50가지      ⑤ 55가지

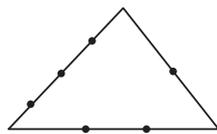
10 숫자 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5가 각각 적힌 9장의 카드에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

11 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 할 때, 두 직선  $y=ax$ 와  $y=-x+b$ 의 교점의  $y$ 좌표가 2가 되는 경우의 수를 구하면?

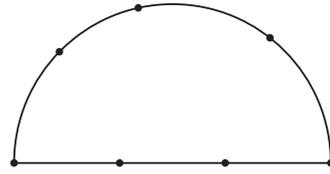
- ① 0가지            ② 1가지            ③ 2가지
- ④ 3가지            ⑤ 4가지

12 정팔각형의 꼭짓점들 중 세 개를 연결하여 삼각형을 만들 때, 직각삼각형 또는 이등변삼각형이 되는 경우의 수를 구하여라.

13 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 각 변 위에 있는 6개의 점 중에서 3개의 점을 이어 만들 수 있는 삼각형은 몇 개인지 구하여라.



14 다음과 같은 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를  $a$ , 4개의 점을 연결하여 만들 수 있는 사각형의 개수를  $b$ 라고 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라.



15 16개 팀이 축구 대회에 참가하여 토너먼트 방식으로 경기를 한다. 우승 팀이 결정되기까지 모두 A차례의 경기를 해야 하고, 우승 팀은 B번의 경기를 치러야 한다.  $A+B$ 의 값을 구하여라. (토너먼트: 이기면 다음 경기에 나가고 지면 탈락하는 게임 방식)

16 A 주머니에는 흰 공과 검은 공이 각각 2개, 3개 들어 있고, B 주머니에는 흰 공과 검은 공이 각각 3개, 4개 들어 있다. A 주머니에서 한 개의 공을 꺼내어 B 주머니에 넣고 잘 섞은 후 B 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 이 공이 흰 공일 확률을 구하여라.

17 두 개의 주머니 A, B에서 A주머니에는 파란 공만 6개, B주머니에는 빨간 공만 7개 들어있다. 크고 작은 주사위 2개를 동시에 던져 큰 주사위의 눈의 숫자만큼 A주머니의 파란 공을 B주머니에 넣고 작은 주사위의 눈의 숫자만큼 B주머니의 빨간 공을 A주머니에 넣는다고 할 때, A주머니에 모두 4개의 공이 들어있으면서 파란 공과 빨간 공이 함께 들어 있을 확률을 구하여라.

18 옷이 뒤집어질 확률이  $\frac{2}{5}$ 인 옷가락 4개로 옷놀이를 할 때, 개가 나오는 확률은?(단, 개는 4개중 2개가 뒤집어 질 때임)

- ①  $\frac{3}{8}$                       ②  $\frac{5}{16}$                       ③  $\frac{8}{25}$   
 ④  $\frac{108}{125}$                     ⑤  $\frac{216}{625}$

19 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 동전을 3번 던지고, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 동전을 두 번 던지기로 할 때, 동전의 앞면이 꼭 한 번만 나올 확률을 구하여라.

20 3통의 편지와 이에 대응하는 3통의 봉투가 있다. 지금 아무렇게나 편지를 한 통씩 봉투에 넣을 때, 적어도 한 통은 옳게 넣을 확률을 구하여라.

21 미션이는 1부터  $n$ 까지의 자연수가 각각 적힌  $n$ 장의 숫자카드 중에서 한 장을 뽑기로 하였다. 이때 미션이가 소수를 뽑는 확률이  $\frac{2}{5}$ 가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하여라.

22 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각  $a, b$ 라고 할 때,  $y=ax+b$ 가  $y=2x+4$ 와 만나지 않을 확률은?

- ①  $\frac{1}{18}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{5}{36}$   
 ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $\frac{7}{36}$

23 주사위를 두 번 던져서 첫 번째, 두 번째 나오는 수를 각각  $a, b$ 라 할 때, 연립방정식

$$\begin{cases} ax - by = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases} \text{이 무수히 많은 해를 가질 확률을}$$

구하여라.

24 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈을  $a$ , 두 번째 나온 눈을  $b$ 라 할 때, 직선  $ax+by-5=0$ 이 점  $(1, 1)$ 을 지나지 않을 확률은?

- ①  $\frac{5}{6}$                       ②  $\frac{7}{8}$                       ③  $\frac{8}{9}$   
 ④  $\frac{11}{12}$                       ⑤  $\frac{3}{4}$

25 주사위 A, B를 동시에 던져 나온 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 할 때, 좌표평면 위의 네 점  $P(a, b)$ ,  $Q(a, 0)$ ,  $O(0, 0)$ ,  $R(0, b)$ 로 이루어진 사각형 PQOR의 넓이가 12일 확률을 구하여라.

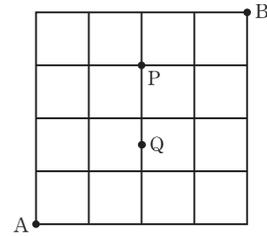
26 한 개의 동전을 던져서 앞면, 뒷면이 나오에 따라 수직선 위에서 각각  $+1, -1$ 만큼 이동하는 물체가 있다. 동전을 4번 던질 때, 이 물체가 원점에서 출발하여 수직선 위의 점  $+1$ 을 적어도 한 번 거친 후 마지막 위치가 원점일 확률을 구하여라.

27 네 명의 친구 A, B, C, D가 게임의 순서를 정하기 위해 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드 중에서 각각 한 장씩 뽑아 가장 높은 숫자를 뽑은 사람을 1순위로 정하기로 했다. 앞사람이 뽑은 카드는 뒷사람이 뽑을 수 없도록 정해 A가 첫 번째에 4를 뽑았고, B가 두 번째에 6를 뽑았다고 한다. 세 번째에는 C가 뽑고, 마지막으로 D가 뽑는다고 한다. 이때 C가 1순위가 될 확률을 구하여라.

28 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 +1, 홀수의 눈이 나오면 -1만큼 직선 위의 점 P를 움직인다고 한다. 처음에 점 P를 원점에 놓고, 주사위를 3회 던지는 동안에 점 P가 한 번도 원점으로 돌아오지 않을 확률을 구하여라.

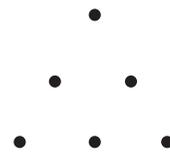
29 두 개의 주사위를 던졌을 때 나오는 눈의 수를 각각  $m, n$ 이라고 할 때, 직선  $mx + ny = 6$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 3이 될 확률을 구하여라.

30 아래의 그림에서 점 A에서 점 B까지 선을 따라 가는데 점 P를 거쳐서 가장 짧은 거리로 갈 때, 점 Q를 지날 확률은 얼마인가?



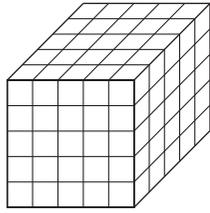
- ①  $\frac{3}{10}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{10}$   
 ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

31 오른쪽 그림과 같이 이웃하고 있는 점 사이의 거리가 모두 같은 6개의 점이 찍혀 있다. 이들 점을 이어 삼각형을 만들 때, 이등변삼각형이 될 확률은?

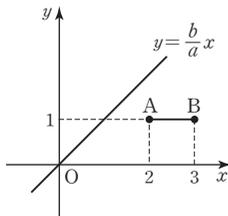


- ①  $\frac{5}{17}$       ②  $\frac{6}{17}$       ③  $\frac{8}{17}$   
 ④  $\frac{11}{17}$       ⑤  $\frac{13}{17}$

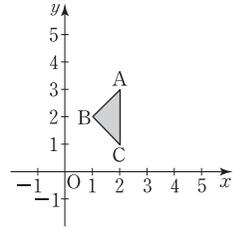
32 오른쪽 그림의 정육면체는 작은 정육면체 125개를 쌓아 만들었고, 각 면에 다른 색의 페인트를 칠을 하였다. 이 정육면체가 외부의 충격에 의해 무너지고 임의로 한 개를 집었을 때, 그것이 적어도 한 면이 색칠된 정육면체가 될 확률을 구하여라.



33 다음 그림과 같이 두 점  $A(2, 1)$ ,  $B(3, 1)$ 과 직선  $y = \frac{b}{a}x$ 가 있다. 주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 차례로  $a$ ,  $b$ 라고 할 때, 직선  $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분  $AB$ 가 만날 확률을 구하여라.



34 주사위 한 개를 두 번 던져 첫 번째 나온 눈의 수를  $a$ , 두 번째 나온 눈의 수를  $b$ 라 하자. 직선  $y = \frac{b}{a}x$ 가  $A(2, 3)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(2, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 만나지 않을 확률을 구하여라.



35  $A$ ,  $B$  두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 하고, 두 개의 직선  $y = x + 4$ ,  $y = -2x + 10$ 가  $x$ 축과 만나는 점을 각각  $P$ ,  $Q$ 라고 하고 두 직선의 교점을  $R$ 라고 할 때, 점  $(a, b)$ 가  $\triangle PQR$ 의 내부에 있을 확률을 구하여라. (단, 경계선은 제외한다.)

1 다음 중 용어의 정의가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 마름모 : 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형
- ② 사다리꼴 : 한 쌍의 대변만이 평행한 사각형
- ③ 명제 : 참과 거짓을 명확하게 판별할 수 있는 식 또는 문장
- ④ 원 : 한 점에서 같은 거리에 있는 점들의 모임
- ⑤ 소수 : 1과 자신만을 약수로 갖는 1 이외의 자연수

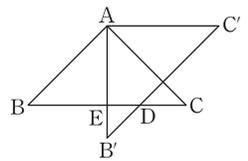
2 다음 명제 중 역이 참인 것은?

- ① 두 자연수  $a, b$ 가 홀수이면,  $a+b$ 는 짝수이다.
- ② 4의 약수는 8의 약수이다.
- ③  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이면  $\angle A = 60^\circ$ 이다.
- ④ 넓이가 같은 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤  $n$ 이 자연수이고  $n$ 이 짝수이면  $n(n+1)$ 도 짝수이다.

3 다음 명제 중 그 역이 참인 것은? (단,  $a, b, c$ 는 0이 아니다.)

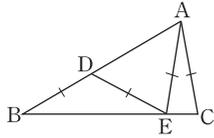
- ①  $ac > bc$ 이면  $a > b$ 이다.
- ②  $a > b$ 이면  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ③  $a > b$ 이면  $c - a > c - b$ 이다.
- ④  $ac > bc$ 이면  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 이다.
- ⑤  $a > b$ 이면  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 이다.

4 오른쪽 그림에서  $\triangle ABC$ 를 점  $A$ 를 중심으로  $\overline{AB} \parallel \overline{B'C'}$ 이 되도록 회전이동한 도형을  $\triangle AB'C'$ 라 하고

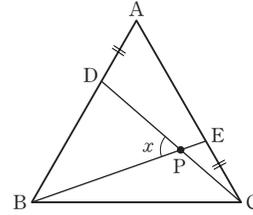


$\overline{BC}$ 와  $\overline{B'C'}$ 의 교점을  $D$ ,  $\overline{AB'}$ 과  $\overline{BC}$ 의 교점을  $E$ 라 하자.  $\overline{AB} = 8$ ,  $\overline{BC} = 12$ ,  $\overline{CA} = 9$ 일 때,  $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.

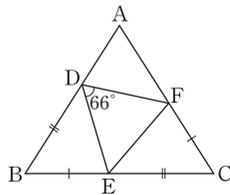
- 5 다음 그림에서  $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EA} = \overline{AC}$ 이고  $\angle AEC = \angle B + 50^\circ$ 일 때,  $\angle ADE + \angle EAC$ 의 크기를 구하여라.



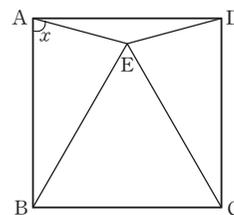
- 7 정삼각형 ABC의 변 AB, AC 위에  $\overline{AD} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 D, E를 정하고,  $\overline{BE}$ 와  $\overline{CD}$ 의 교점을 P라 하자.  $\angle DPB$ 의 크기를 구하여라.



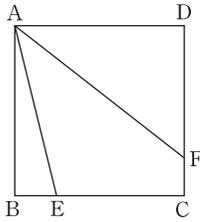
- 6 오른쪽 그림에서  $\triangle ABC$ 는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F는 각각  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$  위의 점이고,  $\overline{BE} = \overline{CF}$ ,  $\overline{BD} = \overline{CE}$ ,  $\angle EDF = 66^\circ$ 일 때,  $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



- 8 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD의 변 BC를 한 변으로 하는 정삼각형 EBC가 정사각형의 내부에 그려져 있다. 이때  $\angle BAE$ 의 크기를 구하여라.

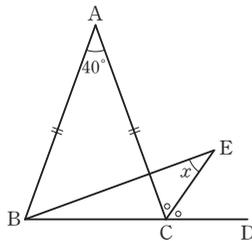


9 오른쪽 그림의  $\square ABCD$ 는 정사각형이고 점 E는  $\overline{BC}$  위의 임의의 한 점이다.  $\angle EAD$ 의 이등분선이  $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 F라 할 때, 다음 중  $\overline{AE}$ 의 길이와 같은 것은?

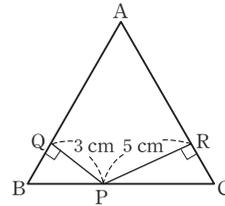


- ①  $\overline{EC} + \overline{FC}$     ②  $\overline{AB} + \overline{BE}$     ③  $\overline{AF}$   
 ④  $\overline{FC} + \overline{BE}$     ⑤  $\overline{BE} + \overline{DF}$

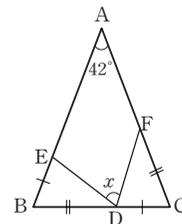
10 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 한 변  $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 한 점 D를 잡고,  $\angle ACD$ 의 이등분선과  $\angle ABE : \angle CBE = 5 : 2$ 가 되도록  $\overline{BE}$ 를 그을 때,  $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



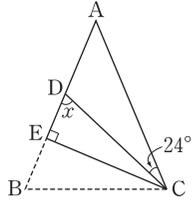
11 다음 그림의  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인  $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P에서,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 점 Q, 점 R이라 한다.  $\overline{PQ} = 3\text{ cm}$ ,  $\overline{PR} = 5\text{ cm}$ 일 때, 점 B에서  $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.



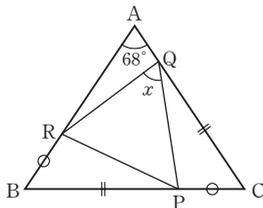
12 다음 그림의  $\triangle ABC$ 는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.  $\overline{BE} = \overline{CD}$ ,  $\overline{BD} = \overline{CF}$ ,  $\angle A = 42^\circ$ 일 때,  $\angle EDF$ 의 크기를 구하여라.



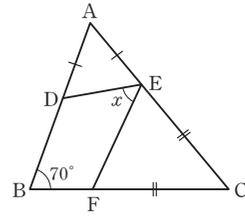
- 13  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 점 B가 점 D에 오도록 접었다.  $\angle ACD = 24^\circ$ 일 때,  $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



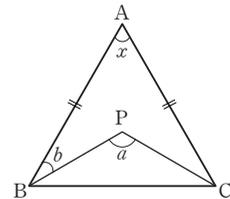
- 14  $\triangle ABC$ 는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 변 BC 위에 점 P, 변 AC 위에 점 Q, 변 AB 위에 점 R을  $\overline{CP} = \overline{BR}$ ,  $\overline{BP} = \overline{CQ}$ 가 되도록 정한다.  $\angle A = 68^\circ$ 일 때,  $\angle PQR$ 의 크기를 구하여라.



- 15 다음 그림과 같이  $\angle B = 70^\circ$ 인  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AD} = \overline{AE}$ ,  $\overline{CE} = \overline{CF}$ 일 때,  $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

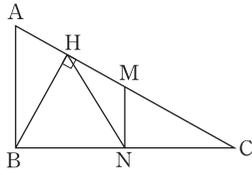


- 16 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 꼭지각 A의 이등분선 위의 한 점을 P라고 한다.  $\angle BPC = a$ ,  $\angle ABP = b$ 일 때,  $\angle A$ 의 크기  $x$ 를  $a, b$ 로 나타내면?

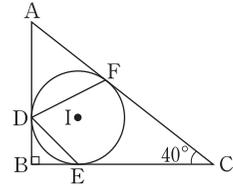


- ①  $a - b$       ②  $a - 2b$       ③  $a - 3b$   
 ④  $2a - 2b$       ⑤  $2a - 3b$

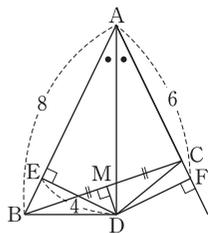
- 17 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 B에서  $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 점 H라 하고  $\overline{BN} = \overline{CN}$ ,  $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$  이라 하자.  $\angle A = 3\angle C$ 이고  $\angle C = 25^\circ$ 일 때,  $\angle HNM$ 의 크기를 구하여라.



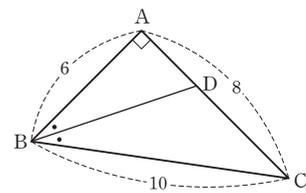
- 19 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 는  $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 점 D, E, F는  $\triangle ABC$ 의 내접원의 접점이다.  $\angle C = 40^\circ$ 일 때,  $\angle EDF$ 의 크기를 구하여라.



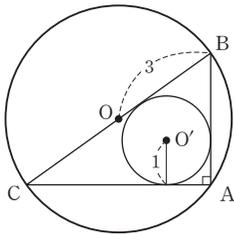
- 18 오른쪽 그림과 같은  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하고  $\angle A$ 의 이등분선과  $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 D라 할 때, 점 D에서  $\overline{AB}$ 와  $\overline{AC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 점 E, F라 하자.  $\overline{AB} = 8$ ,  $\overline{AF} = 6$ ,  $\overline{DE} = 4$ 일 때,  $\triangle CDF$ 의 넓이를 구하여라.



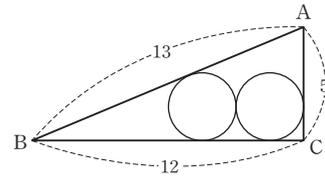
- 20 직각삼각형 ABC에서  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{BC} = 10$ ,  $\overline{AC} = 8$ 이고,  $\angle B$ 의 이등분선이  $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D라 하자. 이때  $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



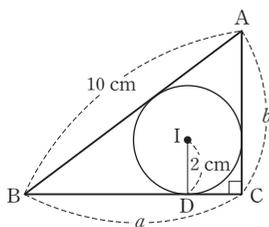
- 21 다음 그림과 같이 변 BC가 원 O의 중심을 지나고 원 O는 직각삼각형 ABC의 외접원, 원 O'는 내접원이다. 두 원 O와 O'의 반지름의 길이가 각각 3, 1일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



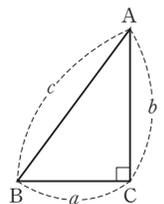
- 23 다음 그림과 같이  $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형의 내부에 반지름의 길이가 같은 두 원이 내접할 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



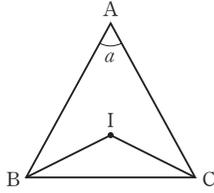
- 22 다음 그림의  $\triangle ABC$ 에서  $\angle C=90^\circ$ 이고, 점 I는  $\triangle ABC$ 의 내심이다.  $\triangle ABC$ 의 내접원 I의 반지름이 2 cm일 때,  $\overline{AB}=10$  cm이면  $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



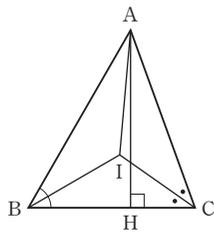
- 24 세 변의 길이가 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 반지름과 외접원의 반지름의 합을 구하여라.



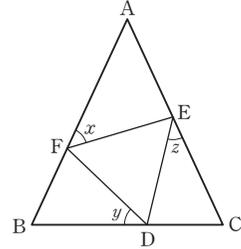
- 25 이등변삼각형 ABC에서 내심을 I, 외심을 O라 할 때, 외심 O가  $\triangle ABC$  안에 있을 때,  $\angle BAC (= \angle a)$ 의 범위를 구하여라.



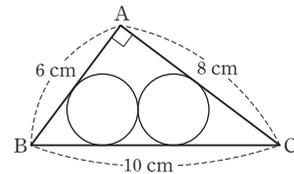
- 26 다음 그림에서 점 I는  $\triangle ABC$ 의 내심이고  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle BCA = 70^\circ$ 이다.  $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때,  $\angle IAH : \angle BIC$ 를 구하여라.



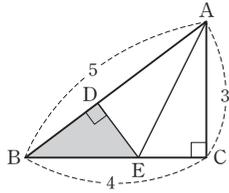
- 27 다음 그림과 같이  $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC에 정삼각형 DEF가 내접해 있다.  $\angle AFE = x$ ,  $\angle BDF = y$ ,  $\angle CED = z$ 일 때,  $z$ 를  $x, y$ 에 대하여 나타내어라.



- 28 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{CA} = 8 \text{ cm}$ 인 직각삼각형 ABC에 반지름의 길이가 같은 두 원이 내접해 있다. 이때 두 원의 중심간의 거리를 구하여라.

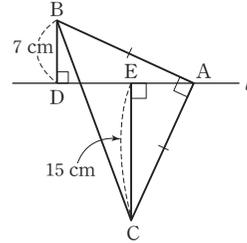


- 29 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서  $\overline{AB}=5$ ,  $\overline{AC}=3$ ,  $\overline{BC}=4$ 이다. 빗변 AB 위에  $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 점 D를 잡고,  $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 가 되도록 변 BC 위에 점 E를 잡을 때,  $\triangle DBE$ 의 넓이를 구하여라.

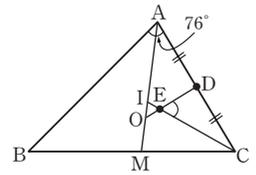


- 30 세 변의 길이의 합이 30 cm인 삼각형의 넓이가  $60\text{ cm}^2$ 일 때, 이 삼각형의 내접원의 반지름을 구하여라.

- 31 다음 그림과 같이  $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C에서 점 A를 지나는 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고,  $\overline{BD}=7\text{ cm}$ ,  $\overline{CE}=15\text{ cm}$ 일 때,  $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



- 32 오른쪽 그림과 같이  $\triangle ABC$ 의 내심 I와 외심 O는 점 A와  $\overline{BC}$ 의 중점 M을 이은 선분 AM 위에 있다.  $\angle BAC=76^\circ$ ,  $\overline{AD}=\overline{CD}$ 일 때,  $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



# MEMO

